УДК 536.2:532/533; 532.516

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ПОЛОСТИ ОТКРЫТОГО ТИПА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СО СТРУЁЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ТЕПЛОМАССООБМЕНА

А.В. Крайнов

Томский политехнический университет
E-mail: Lux_veritatis@mail.ru

Проведено численное исследование сопряжённого теплообмена и гидродинамики при движении вязкой жидкости в открытой прямоугольной полости с учётом процесса её разрушения. Получены гидродинамические картины вязкого течения в полости в условиях её разрушения и температурные поля для твёрдой и жидкой фаз. Изучено влияние динамических параметров и геометрических характеристик на формирование контуров образующихся кратеров.

В последние годы наблюдается повышенный интерес исследователей к изучению конвективных течений в полостях различных типов. Большое количество всевозможных теплотехнических устройств, используемых в энергетических установках, производственных процессах разного уровня сложности таких отраслей промышленности, как энергетическая, горная, космическая и многих других, представляют собой контуры открытого или закрытого типов, перенос тепла в которых осуществляется конвективной циркуляцией заполняющей их жидкости [1–5].

Процессы, связанные с изменением фазового состояния при плавлении материала протекают в условиях аварийных ситуаций, возникающих на энергетических установках по мере развития опаснейших производств и усложнения технологических циклов в таких отраслях промышленности, как атомная, химическая, металлургическая [6–10]. Разработка оптимальных технологических режимов и выбор соответствующих параметров, обеспечивающих безопасность установок в условиях протекания производственных процессов, сопряжена с большими затратами времени и средств из-за реализации в основном эмпирического подхода к решению возникающих проблем данного типа. Кроме того, опытная отработка технологий всегда предполагает высокую вероятность выбора не самого оптимального режима, который при дополнительных термических нагрузках, вызванных чрезвычайными ситуациями на объектах, может привести к авариям [6, 8, 9]. Возникает необходимость в теоретическом исследовании основных закономерностей гидродинамики и тепломассопереноса при движении вязкой несжимаемой жидкости в полостях с изменяющейся геометрией области течения.

Рассматривается нестационарное взаимодействие ламинарной вязкой струи несжимаемой неизотермической жидкости с открытой прямоугольной полостью [11]. Цель данной работы – исследовать процесс движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости в открытой полости прямоугольного типа в условиях сопряжённого теплообмена с учётом изменения фазового состояния материала выемки (плавления).

Исследования описанных процессов проводились с использованием математической модели на основе системы уравнений Навье-Стокса в переменных вихрь-функция тока при умеренных числах Рейнольдса $100 \le Re \le 800$, уравнений энергии для материала прямоугольной полости и жидкой фазы с соответствующими краевыми условиями, представленными в работе [11].

При исследовании движения вязкой жидкости в прямоугольной полости с учётом процесса плавления определяется нестационарное двумерное температурное поле, с использованием условия

$$\theta \ge \theta_* \qquad (1)$$

определяется фронт плавления материала выемки. В формуле (1) θ_* – безразмерная температура плавления материала. Условия на границе раздела твёрдой и жидкой фаз в отличие от постановки [11] примут следующий вид:

– на границе раздела между фазами в направлении по оси x выставляется граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии, где вводится тепловой эффект плавления материала полости

$$\theta = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_1}{\lambda}\frac{\partial \theta_1}{\partial y} - \left[\frac{Q\rho\nu}{\lambda(T_* - T_1^0)} + \mathrm{Pr}\right]\frac{dy}{dt}; \qquad (2)$$

– аналогично на границе раздела между фазами в направлении по оси y выставляется граничное условие такого же типа

$$\theta = \theta_1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\lambda_1}{\lambda}\frac{\partial \theta_1}{\partial x} - \left[\frac{Q\rho\nu}{\lambda(T_* - T_1^0)} + \mathrm{Pr}\right]\frac{dx}{dt}; \qquad (3)$$

В формулах (2, 3) соответственно приняты следующие обозначения: Q – тепловой эффект плавления материала, λ_1, λ – коэффициенты теплопроводности для твёрдой и жидкой фаз соответственно, ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость, T_* – температура плавления материала полости, T_1^0 – начальная температура стенок полости, Pr – число Прандтля.

При этом скорости движения границы раздела между твёрдой и жидкой фазами в условиях изменения фазового состояния материала полости вдоль осей *x, y* соответственно будут определяться следующим образом

$$V_1 = -\frac{x_i(t+\Delta t) - x_i(t)}{\Delta t}; V_2 = -\frac{y_i(t+\Delta t) - y_i(t)}{\Delta t},$$

где x_i, y_i – координаты узлов разностной сетки на границе раздела фаз по осям пространственных переменных *x* и *y* в моменты времени $t+\Delta t$ и *t* соответственно, V_1, V_2 – скорости движения границы раздела фаз в условиях изменения фазового состояния материала полости в направлении по осям пространственных переменных *x* и *y*.

При исследовании данного процесса необходимо выполнение интегрального соотношения, являющегося основной интегральной характеристикой течения:

$$\int_{x_3}^{x_0} \mathrm{v}_+(x, y)dx = \int_{x_0}^{x_1} \mathrm{v}_+(x, y)dx + W_2;$$

$$W_2 = \int_{x_2}^{x_1} \mathrm{v}_-(x, y)dx.$$

здесь x_1 – координата фиксированной крайней точки входного участка, лежащей на линии симметрии; x_0 – координата точки раздела между участками с разным направлением движения жидкости в полости; x_2 – координата крайней точки кратера, образующегося при плавлении материала полости; x_3 – координата фиксированной крайней точки выходного участка, лежащей на боковой стенке полости; $\mathrm{v}_-(x,y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от входного участка до дна полости; $\mathrm{v}_+(x,y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от дна полости до выходного участка; W_2 – расход жидкости за счёт плавления материала выемки.

Постановка задачи сделана при следующих допущениях: 1) двумерность; 2) материал жидкой и твёрдой фаз идентичен; 2) теплофизические характеристики материалов твёрдой и жидкой фаз приняты идентичными; 3) реализуется ламинарный режим течения; 4) возможные эффекты газовыделения, обусловленные химическими и физическими процессами, не учитываются.

Методом конечных разностей решены система уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока-вихрь, уравнение энергии и уравнение теплопроводности с соответствующими граничными условиями. Разностные аналоги уравнений переноса и теплопроводности решены методом прогонки [12–14]. Уравнение Пуассона на каждом временном слое решалось методом последовательной верхней релаксации. Граница фронта плавления определялась с помощью критериального условия фазовых переходов (1). При несовпадении криволинейной границы в условиях изменения фазового состояния материала полости с узлами сетки применялись разности с переменными шагами по координатам. Использовалась разностная схема второго порядка точности. Были использованы равномерные и неравномерные разностные сетки. Значения вихря на границе гидродинамической области, а также на подвижной её части, определялись из уравнения для функции тока.

Изучение гидродинамики и сопряжённого теплообмена при движения вязкой жидкости в полости прямоугольного типа было проведено в условиях изменения фазового состояния материала выемки (плавления). Фронт плавления материала полости определялся с помощью полученного двумерного неоднородного поля температур с использованием критерия (1). Течение в условиях описанного процесса изучено в широком диапазоне изменения динамического параметра $100 \le Re \le 800$ и других параметров модели. В результате взаимодействия высокотемпературной струи вязкой жидкости с прямоугольной полостью наблюдается образование кратеров параболической формы, определяющих фронт фазового перехода материала. Типичные результаты численных исследований приведены на рис. 1–3.

На рис. 1, *а* представлены контуры кратеров, образующиеся в результате плавления полости прямоугольного типа в различные моменты времени $1{,}875 \cdot 10^{-4}$, $2{,}75 \cdot 10^{-4}$, $3{,}75 \cdot 10^{-4}$. Согласно анализу приведённого рисунка можно отметить, что кривые 1, 2, 3, определяющие контуры кратеров, в симметричной области $0{,}45<x<0{,}50$, $0{,}11<y<0{,}25$ более вытянуты вдоль линии симметрии по сравнению с полушириной образованной лунки. С увеличением времени скорость плавления стенок полости вдоль оси *x* существенно уменьшается по сравнению со скоростью плавления вдоль оси *y* – особенно отчётливо эта тенденция наблюдается на контурах 2, 3. На рис. 1–3 обозначено: 4 – линия симметрии; 5 – граница раздела фаз.

На рис. 1, *б* представлены контуры кратеров, образующиеся в результате плавления полости прямоугольного типа в различные моменты времени $1{,}0 \cdot 10^{-4}$, $1{,}875 \cdot 10^{-4}$ при $a = 0{,}32a_*$ (a – длина входного участка, a_* – длина проницаемого участка полости). При указанных параметрах размеры осесимметричной области, в которой происходит кратерообразование, увеличиваются $0{,}43<x<0{,}50$, $0{,}095<y<0{,}25$. Следует отметить, что при данных параметрах скорость плавления полости вдоль оси *y* значительно превосходит скорость плавления вдоль оси *x*.

На рис. 1, *в* показаны контуры кратеров, образующиеся в результате плавления полости прямоугольного типа в различные моменты времени $1{,}5 \cdot 10^{-4}$, $2{,}375 \cdot 10^{-4}$, $3{,}375 \cdot 10^{-4}$ при $a = 0{,}16a_*$.

На рис. 1, *г* приведены контуры границ гидродинамической области в условиях изменения фазового состояния вещества при плавлении полости в

различные моменты времени $1{,}551 \cdot 10^{-4}$, $2{,}426 \cdot 10^{-4}$, $3{,}426 \cdot 10^{-4}$ при $\alpha = 0{,}24\alpha_*$. Сравнение рис. 1, *б–г* отражает динамику изменения контуров кратеров в условиях плавления вещества при определённых выше параметрах.

При движении жидкости от нижней границы гидродинамической области к выходному участку (второй этап движения жидкости) поперечная составляющая скорости начинает расти с увеличением координаты по оси пространственной переменной *y*, а полуширина сформировавшегося контура кратера постепенно возрастает, при этом максимальное значение её меньше высоты образующейся лунки. Достаточно хорошо это просматривается на графиках (рис. 1, *а–г*), отражающих формировние контура фронта плавления. За счёт нагрева материала полости, обусловленного теплоотводом в её стенки, изотерма плавления сдвигается по отношению к начальному её положению, в результате чего происходит искривление контура фронта фазового перехода материала выемки.

Проведённый анализ позволяет отметить влияние входного параметра α при одних и тех же значениях других параметров модели на процесс кратерообразования при плавлении стенок полости. С увеличением динамического параметра и умень-

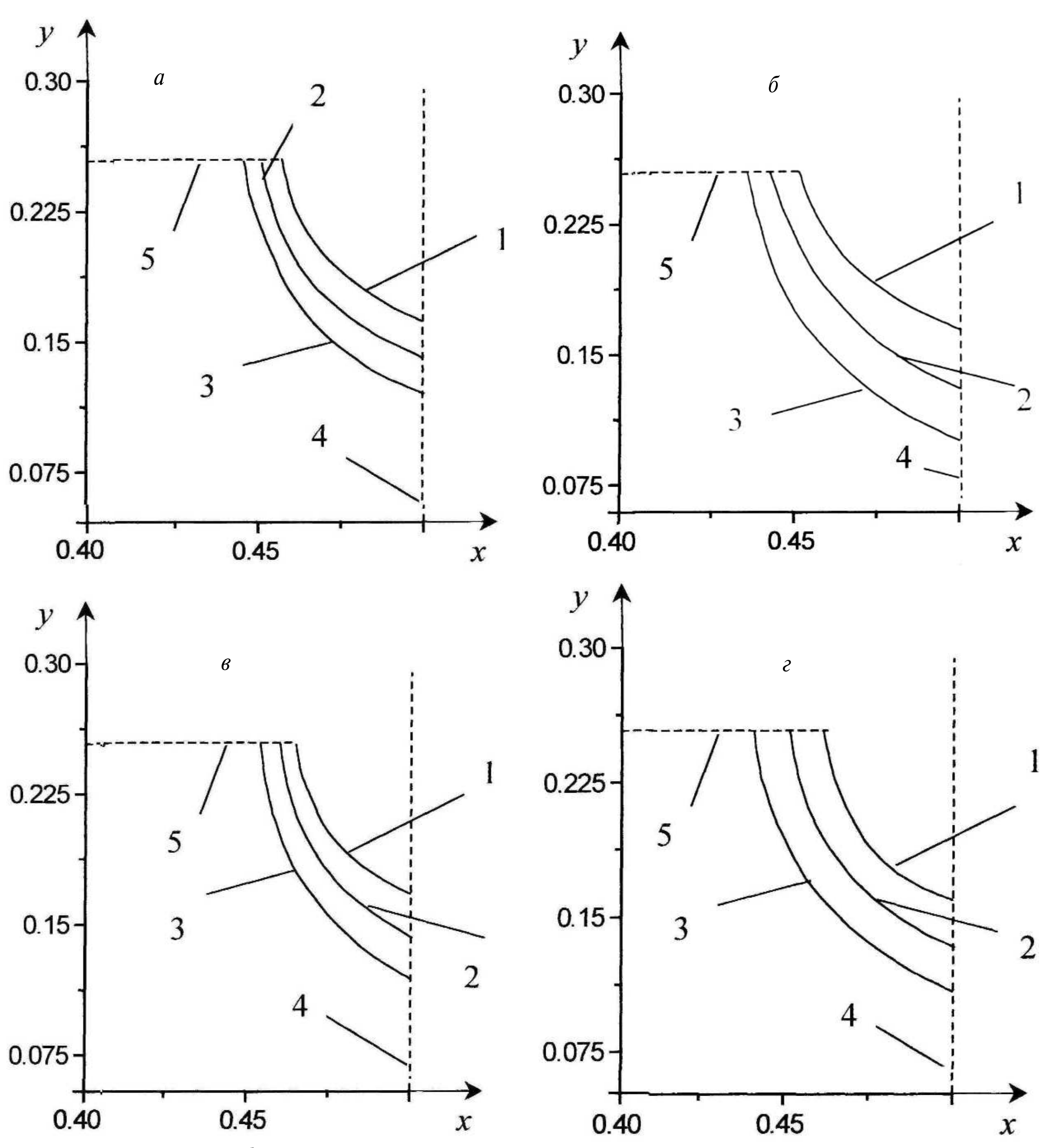


Рис. 1. *Контуры кратеров, образующиеся в результате плавления полости в различные моменты времени при следующих параметрах: а) Re=400, Pr=0,979; б) Re=600, Pr=0,72; в) Re=600, Pr=0,979; г) Re=600, Pr=0,979*

шением длины входного участка качественная сторона кратерообразования существенно не меняется. Следует только отметить, что кратерообразование начинается раньше, и уменьшаются размеры симметричной области, в которой протекает данный процесс: $0{,}46<x<0{,}50$, $0{,}11<y<0{,}25$.

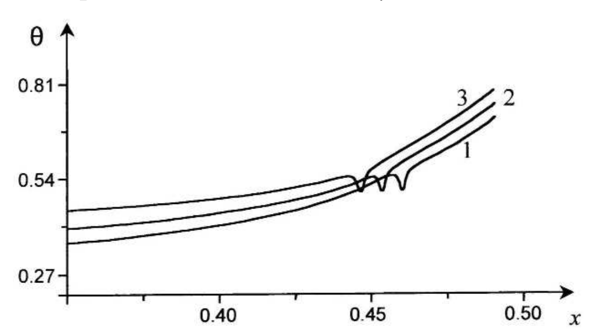


Рис. 2. *Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в условиях плавления полости в различных сечениях y по координате x в фиксированный момент времени при числах Re=400, Pr=0,979*

На рис. 2 приведены распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в условиях плавления в фиксированный момент времени в различных сечениях y: 0,216, 0,256, 0,302. Как видно из рисунка, температурный профиль до границы раздела фаз достаточно быстро убывает. На границе раздела фаз возникают некоторые локальные минимумы температуры, что можно объяснить тепловым эффектом плавления. Изменения температурного профиля в твёрдой фазе носят менее выраженный характер, чем в жидкой (кривые 1, 2, 3). Это можно объяснить тем, что нагрев твёрдой фазы происходит лишь за счёт теплопроводности, в то время как охлаждение жидкой фазы происходит в условиях конвективного переноса.

На рис. 3 представлены профили поперечной составляющей скорости v в фиксированный момент времени внутри кратера, образующегося в результате плавления стенок полости прямоугольного типа. Результаты расчёта приведены для сечений y: 0,096, 0,376 при $\alpha=0{,}34\alpha_*$. На первом этапе [11] движения вязкой несжимаемой неизотермической жидкости профиль поперечной составляющей скорости убывает по всей высоте образующегося кратера. На втором этапе движения жидкости профиль поперечной составляющей скорости начинает расти по всей высоте кратера, при этом профиль возвратного течения претерпевает деформацию за счёт сложного контура кратера. Степень деформации профиля поперечной составляющей скорости возрастает с уменьшением высоты кратера (кривые 1, 2).

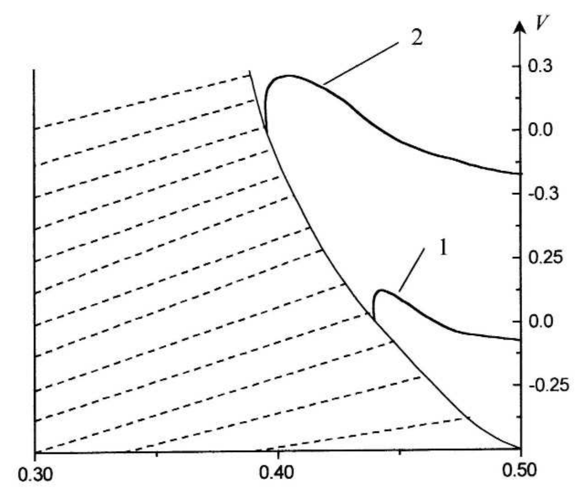


Рис. 3. *Твёрдая фаза (заштрихована) и профили поперечной составляющей скорости v в различных сечениях y при Re=600, Pr=0,979*

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что характер поведения температурных профилей в различных сечениях полости и оригинальных контуров кратеров качественно сохраняется с изменением динамического параметра Re, претерпевая незначительное изменение при варьировании параметра входа α.

Результаты, полученные при исследовании описанного процесса, позволяют проследить динамику процесса плавления полости, показать влияние параметров модели на процесс кратерообразования и условия теплообмена при движении жидкости в открытой выемке.

Анализ проведённых исследований позволяет сделать вывод о возможности дальнейшего расширения области применения сформулированной математической модели для решения задач о конвективных течениях в полостях различных типов в условиях изменяющейся геометрии области течения жидкости. В дальнейшем можно решать задачи такого типа для областей со значительно более сложной геометрией (условия криволинейных контуров расчётных областей), чем рассмотренные в данной работе и в [14, 15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Опанасенко А.Н. Свободноконвективный тепломассоперенос через канал с различной ориентацией в поле тяжести, соединяющий замкнутые полости с различной температурой // Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях: Тр. Второй Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1998. – Т. 3. – С. 116–119.
2. Махнова Г.В., Рис В.В., Смирнов Е.М. Двумерная ламинарная свободная конвекция в полости, имеющей форму квадрата со скругленными углами // Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях: Тр. Второй Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1998. – Т. 3. – С. 100–103.
3. Kelkar K., Schmidt R., Patankar S. Numerical analysis of laminar natural convection of an internally heated fluid in a hemispherical cavity // Proc. 9th Int. Heat Transfer Conf. – San Diego, 1991. – P. 355–364.
4. Полежаев В.И., Бунэ А.В., Дубовик К.Г. и др. Математическое моделирование конвективного тепломассообмена на основе уравнений Навье-Стокса. – М.: Наука, 1987. – 271 с.

5. Дыбан Е.П., Мазур А.И. Конвективный теплообмен при струйном обтекании тел. – Киев: Наукова думка, 1982. – 303 с.
6. Нигматулин Б.И., Артёмов В.И., Яньков Г.Г., Еркимбаев А.О. Моделирование процессов течения и тепломассообмена в активной зоне реактора ВВЭР на начальных стадиях тяжёлой аварии // Дисперсные потоки и пористые среды: Тр. Первой Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1994. – Т. 7. – С. 138–145.
7. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалёв С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 470 с.
8. Гаврилов П.М., Цыганов А.А. Тепломассообмен и внутренняя самозащищённость ядерных реакторов // Пленарные и общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах: Тр. Второй Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1998. – Т. 1. – С. 147–148.
9. Артёмов В.И., Карпов В.Е., Яньков Г.Г. Численное моделирование процессов в осушенной активной зоне ВВЭР-1000 в условиях запроектной аварии // Пленарные и общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах: Тр. Второй Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1998. – Т. 1. – С. 143–146.
10. Безруков Ю.А., Лонгинов С.А., Оншин В.П. Исследование теплоотдачи от нижней части корпуса реактора в аварии с плавлением топлива // Тр. Первой Рос. нац. конф. по теплообмену. – Москва, 1994. – Т. 4. – С. 19–25.
11. Крайнов А.В. Численный анализ сопряжённого тепломассопереноса и гидродинамики при движении вязкой несжимаемой жидкости в открытой полости в условиях вынужденной конвекции // Известия Томского Политехнического Университета. – 2003. – Т. 306. – № 2. – С. 84–89.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
13. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
14. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 225 с.
15. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

УДК 621.436